# VIDEOSEKVENCE PRO VÝUKU NELINEÁRNÍ LOMOVÉ MECHANIKY

SHORT EDUCATIONAL VIDEO RECORDINGS FOR COURSES OF NONLINEAR FRACTURE MECHANICS

### Jan Eliáš<sup>1</sup>, Jaromír Láník<sup>2</sup>, Miroslav Vořechovský<sup>3</sup>

#### Abstract

Pre- and post-peak behavior of concrete can be modeled using fracture models that assume some softening curve (relation between crack opening and transferred stresses). Smeared crack approach coupled with finite elements is used in this paper to match experimentally obtained load-deflection curves from three point bending tests. The crack pattern evolution on sample surface was recorded and subsequently compared with an evolution of crack pattern in nonlinear 2D simulation. Short educational video recordings were created for plain concrete and also for fiber reinforced concrete.

#### Keywords

concrete, three point bending test, smeared crack concept, fracture propagation, video recordings

## 1 Úvod

Příspěvek popisuje postup a výsledky řešení projektu, jehož cílem bylo vytvořit výukové videosekvence pro doplnění výkladu nelineární lomové mechaniky. Smyslem videosekvencí je demonstrovat možnosti současného softwaru při simulacích porušení materiálů a také ukázat průběh porušení a propagaci trhliny při kolapsu betonové konstrukce.

U velkého množství materiálů dochází k poruše díky rozvoji a šíření trhlin. V současné době existují prostředky, umožňující takovýto lomový proces zjednodušeně modelovat. Nejjednodušším nástrojem je lineární lomová mechanika, která vychází z prací Griffitha [1] a Irwina [2]. Tyto teorie jsou ale pro popis šíření trhliny v betonu nevhodné, protože nehomogenity v betonu zapříčiňují vznik nemalé lomové procesní zóny před čelem trhliny. V této zóně dochází k mikropraskání a disipaci energie. Popsat lomové procesy v takových materiálech umožňuje nelineární lomová mechanika. První model, schopný popsat proces porušování betonu od počáteční fáze bez trhlin až po úplné porušení, byl publikován v práci [3]. Označuje se jako model fiktivní trhliny, protože využívá sestupné větve konstitutivního zákona, která definuje napětí, přenášené mezi líci jedné trhliny reprezentující celou nelineární zónu, pro její rostoucí otevření. Teorii lze navíc jednoduše svázat s diskretizací pomocí metody konečných prvků. Trhlinu je možné modelovat jako rozetřenou po celém prvku (slabá diskontinuita), závislost na síti konečných prvků je pak částečně odstraněna pomocí konceptu pásu trhlin (crack band model) [4].

Pro použití numerického modelu je nejprve nutné nastavit jeho parametry. Nejspolehlivější je provést sadu experimentů a parametry modelu nastavit tak, aby se jeho výsledky přiblížily experimentálně získaným datům. Takovýto postup se nazývá identifikace parametrů. Tato procedura, provedená pro dva materiály - prostý beton a beton, vyztužený ocelovými vlákny, je součástí této práce. Nejprve byly provedeny mechanické zkoušky těles se zářezem v tříbodovém ohybu. Poté byly experimenty modelovány FEM pomocí softwaru Atena, využívajícím koncept rozetřených trhlin.

Energetický a stochastický vliv velikosti zapříčiňuje odlišné nominální pevnosti a duktilitu pro různě velká tělesa. Pro dokumentování vlivu velikosti byly uvažovány dvě velikosti těles, z nichž menší je 0.3 násobkem většího. Nejlepší dostupná sada experimentů [5], prokazující existenci vlivu velikosti, obsahuje geometricky podobná tělesa v rozpětí měřítek 1:32. Zde použité rozpětí měřítek 1:3.33 je sice velice malé, přesto se podařilo trend změny nominální pevnosti pro dvě velikosti zachytit. Výhodou trámců se zářezem je značné eliminování stochastického vlivu velikosti. Přítomný deterministický vliv velikosti by navíc měl být automaticky zachycen v použitém numerickém nelineárním modelu. Simulace pro různě velká tělesa byly tedy provedeny se shodnými materiálovými parametry.

Výsledkem práce jsou též výuková videa, srovnávající průběhy skutečných a virtuálních experimentů v časové shodě s vývojem měřené síly a deformace.

### 2 MATERIÁL A PŘÍPRAVA VZORKŮ

Připraveny byly dva matriály, prostý beton - označený P - a beton s vlákny - označený F. Obě směsi byly připraveny za stejných podmínek a se stejným poměrem složek, do směsi s vlákny bylo navíc přidáno 3.4% ocelových vláken. Maximální velikost zrna kameniva byla 8 mm. Vzorky byly odlity v připravených formách a zrály 28 dní ve vlhkém prostředí. Poté do nich byly vyřezány zářezy do třetiny jejich výšky.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Jan Eliáš, Ing., Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, Veveří 331/95, 602 00 Brno, elias.j@fce.vutbr.cz

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Jaromír Láník, Ing., Ústav stavebního zkušebnictví, lanik.j@fce.vutbr.cz

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Miroslav Vořechovský, doc. Ing. Ph.D., Ústav stavební mechaniky, vorechovsky.m@fce.vutbr.cz



*Obr. 1* Vlevo: schématický náčrt tělesa a měřícího zařízení; vpravo: příklad rozmístění kameniva v oblasti nad zářezem pro větší a menší těleso, který ukazuje poměr velikosti nehomogenit v materiálu k velikosti tělesa.

		tělesa L	tělesa S
délka	L	400	120
rozpětí	S	300	90
šířka	В	100	30
výška	W	100	30
hloubka zářezu	а	33	10
ligament	h	67	20

#### Tab. 1 Rozměry těles v mm

Připraveny byly dvě geometricky podobné velikosti vzorků, rozměry menších těles - označených S - jsou 0.3 násobkem rozměrů větších těles - označených L. Geometrie těles je naznačena na obrázku 1, rozměry jsou pak uvedeny v tabulce 1. Celkově bylo vyrobeno deset těles PL a po devíti tělesech PS, FL a FS. Podrobné údaje o přípravě těles a složení betonové směsi jsou uvedeny v příspěvku [6].

## **3** Průběh zkoušek, videozáznam šíření trhliny

Požadavkem pro experimenty bylo přesné měření deformací a zároveň možnost pořízení videozáznamu postupující trhliny. Přesné měřící zařízení, schématicky naznačené na obrázku 1, bohužel částečně zakrývá vznikající trhlinu a proto byly použity dva zkušební lisy. První lis není vybaven přípravky pro přesné měření deformací, ale umožňoval zaznamenávat trhlinu, zatímco druhý lis se správným záznamem deformace neumožňuje zachytit videodokumetace. Po provedení všech zkoušek byla data z prvního lisu opravena (lineární transformací - viz např. [7]) o dosedání podpor a další rušivé vlivy [8] tak, aby se shodovala s přesným záznamem z druhého lisu. Zatížení na obou lisech bylo řízeno přírůstkem deformace, aby mohla být zachycena také sestupná větev.

Videozáznam byl pořizován pomocí vysokorychlostní kamery Olympus I-SPEED II COLOUR a rovněž pomocí digitálního fotoaparátu. Výsledná videa jsou časově svázána s měřením síly a deformace a je tedy možné zpětně sledovat vývoj poruchy v závislosti na zatížení. Obrázek 2 ukazuje záznamy z obou zařízení pro tělesa *PL*.

V počáteční fázi zkoušení bylo bohužel nutné vyřešit velké množství komplikací, způsobených složitou záznamovou aparaturou. Bohužel byla v této přípravné fázi část zkoušek provedena odlišným způsobem než ostatní. Ve výsledcích jsou uvedeny pouze správně provedené zkoušky, konkrétně pro tělesa *PL* je to 7 experimentů, pro tělesa PS pouze 4 experimenty, výsledky pro tělesa *PS* a *FS* pak obsahují 8 a 9 experimentů.



**Obr. 2** Snímky povrchu dvou různých těles vždy ve třech fázích experimentu. Označení D odpovídá maximální síle  $F_{max}$ . Snímky E a F byly pořízeny na sestupné větvi (po dosažení maximální síly) při poklesu na 30%, respektive 10%  $F_{max}$ . Záznam vlevo byl pořízen digitálním fotoaparátem, snímky vpravo pak vysokorychlostní kamerou.

#### 4 MODELOVÁNÍ A IDENTIFIKACE PARAMETRŮ MODELU

K simulacím byl požit komerční program Atena založený na metodě konečných prvků. Aby bylo možno libovolně upravovat sestupnou větev konstitutivního zákona, byl zvolen materiálový model 3D Nonlinear Cementitious 2 User. Tento materiálový model využívá rozkladu tenzoru poměrných deformací na lineární, plastickou a lomovou složku:

$$\mathcal{E}_{ij} = \mathcal{E}_{ij}^e + \mathcal{E}_{ij}^p + \mathcal{E}_{ij}^f \tag{1}$$

Tento rozklad umožňuje kombinovat hardening/softening plasticity model pro drcení betonu spolu s modelem rozetřených trhlin. Využívá se tzv. crack band konceptu, kdy napětí, přenášené mezi líci trhliny, nezávisí pouze na přetvoření  $\varepsilon_{ij}^{f}$  ale také na velikosti konečného prvku  $L_t$  (je tedy závislé na otevření trhliny  $w = L_t \varepsilon_{ij}^{f}$ ). Velikost prvku je měřena kolmo ke směru trhliny. V modelu rozetřených trhlin se využívá Rankinova obálka porušení. Více lze o materiálovém modelu najít např. v [9]. Model také umožňuje přepínat mezi rotovanými a fixovanými trhlinami. V případě rotovaných trhlin se směr trhliny v materiálovém bodě upravuje vždy znovu podle aktuálního tenzoru napětí. Fixované trhliny naopak po vzniku poruchy její směr pevně zafixují. V provedených simulacích byly nastaveny rotované trhliny do poklesu na 70% tahové pevnosti prvku. Poté se směr trhliny zafixoval.

Identifikace parametrů modelu byla provedena jednoduchým způsobem přímého "ručního měnění" vstupních parametrů modelu a následného porovnávání výsledků s experimentálními daty. Byl uvažován jediný materiálový model se shodnými parametru jak pro velká tak pro malá tělesa, model tedy musel vyhovět dvěma sadám experimentálních dat. Pro oba materiály - prostý beton a drátkobeton - byly uvažovány následující proměnné parametry: tahová pevnost  $f_i$ , modul pružnosti E a bilineární sestupná větev konstitutivního zákona. Omezení na bilineární křivku je požadováno s ohledem na jednoduchou metodu ladění parametrů. Při využití sofistikovanějších a automatizovaných postupů, jako jsou např. neuronové sítě, by bylo možné ladit více proměnných parametrů a tedy se také lépe přiblížit výsledkům zkoušek.

Výsledné identifikované parametry modelu jsou uvedeny v tabulce 2, uvažovaná sestupná větev je vykleslena na obrázku 3. Lomová energie je vypočtena jako plocha po křivkou sestupné větve. V případě betonu s ocelovými vlákny je počáteční část sestupné větve podobná, jako u prostého betonu. Po výraznějším otevření trhliny se aktivují vlákna a jejich účinek zcela převáží. Porovnání odezvy modelu s experimentálními daty je provedeno na obrázku 4.



Obr. 3 Identifikovaná sestupná větev (traction-separation law) pro použité materiály.

		materiál P	materiál F	
modul pružnosti	Ε	24	24	GPa
tahová pevnost	$f_t$	1.8	2	MPa
lomová energie	$G_{f}$	103	1635	N/m

Tab. 2 Identifikované parametry materiálových modelů



Obr. 4 Experimentálně naměřené křivky v porovnání s odezvou FEM modelu.

### 5 VLIV VELIKOSTI

Za účelem pozorování vlivu velikosti byly naměřené veličiny převedeny do rozměrově nezávislých tvarů nominálního napětí a nominální deformace. Uvážíme-li polovinu rozpětí jako označení rozměru konstrukce D=S/2 a fakt, že výška ligamentu h=2W/3=2S/9=4D/9 a šířka nosníku je B=2D/3, získáme vyjádření:

$$\sigma_{N} = \frac{3FS}{2Bh^{2}} = \dots = \frac{3^{6}}{2^{5}} \frac{F}{D^{2}}; \quad \delta_{N} = \frac{2\delta}{S} = \frac{\delta}{D}$$
<sup>(2)</sup>

Křivky, převedené do uvedených veličin, jsou vykresleny na obrázku 5. Získané rozdíly nominální pevnosti velkých a malých vzorků lze přičítat energetické složce vlivu velikosti; stochastická složka vlivu velikosti je silně potlačena přítomností zářezu. Ze záznamů simulace je patrná schopnost modelu zahrnout i tento druh vlivu velikosti. Rozptyl, způsobený mikrostrukturou materiálu se s rostoucí velikostí vzorku snižuje, viz. obrázek 1 vpravo. Získané trendy se shodují s experimenty, uváděnými v literatuře (např. [5] či [10]).

	PL	PS	FL	FS	
odhad střední hodnoty	3.17	4.89	3.57	4.25	MPa
odhad směrodatné odchylky	0.37	0.87	0.33	0.66	MPa

Tab. 3 Odhad střední hodnoty a směrodatné odchylky pro maximální dosažené nominální napětí.



Obr. 5 Porovnání dat pro různé velikosti těles v nominálních napětích a deformacích.

## 6 TVORBA VIDEOSEKVENCÍ

Poslední fází řešení projektu FRVŠ byla tvorba videosekvencí. Pro každou geometrii a materiál byly zpracovány experimenty i simulace v časové shodě s průběhem L- $\delta$  diagramu. Výsledkem jsou minutová výuková videa, znázorňující současně jak povrch experimentálního tělesa tak hlavní napětí  $\sigma_1$  a trhliny v simulaci. Zároveň je vynášen graf naměřené síly v závislosti na vnesené deformaci jak pro experimenty, tak pro numerickou simulaci. Další videosekvence srovnávají stejným způsobem experimentální a simulované trhliny vzájemně pro různé velikosti těles.



Obr.6 Hlavní napětí σ<sub>1</sub> a trhliny, vznikající v modelu tělesa PL, v různých fázích virtuálního experimentu. Snímky A, B a C byly pořízeny při dosažení 10%, 50% a 80% maximální síly F<sub>max</sub>. Obrázek D odpovídá dosažení nominální pevnosti, E [F] pak pokles na 30% [10%], F<sub>max</sub> na sestupné větvi.

## 7 ZÁVĚRY

Článek popisuje výrobu sady experimentálních těles z prostého betonu a vláknobetonu, která byla odzkoušena v tříbodovém ohybu se zářezem. V průběhu zkoušek byly pořizovány videozáznamy povrchu těles. Výsledky zkoušek byly modelovány v programu Atena. Podařilo se nastavit materiálové parametry modelu tak, že se odezva simulací přibližně shoduje s experimenty. U obou materiálů byl také pozorován vliv velikosti. Byly vytvořeny výukové videosekvence, znázorňující v časové shodě experiment i šíření trhlin v simulaci.

## Poděkování

Tento výsledek byl získán za finanční podpory Fondu Rozvoje Vysokých Škol, projekt č. 801/2008 - *Výukové videosekvence doplňující výklad nelineární lomové mechaniky*. Při řešení byly částečně využity teoretické výsledky dosažené v projektu GAČR 103/07/0760 (SCOME). Autoři dále děkují doc. Ing. Jaroslavu Smutnému, Ph.D. za pomoc při pořizování videozáznamů a doc. Ing. Luboši Pazderovi, CSc.

## Literatura

- [1] Griffith, A. A. *The phenomena of rupture and flow in solids*. Phil. Trans. Royal Soc., London, 1921. 163–198.
- [2] Irwin, G. R. Analysis of stresses and strains near end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, A.S.M.E. 124, 1957. 361–364.
- [3] Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P.-E. *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. Cement and Concrete Research 6, 1976. 773–782.
- [4] Bažant, Z. P., Oh, B.-H. *Crack band theory for fracture of concrete*. Materials and Structures (RILEM, Paris) 16, 1983. 155–177.
- [5] van Vliet, M. R. A. *Size effect in tensile fracture of concrete and rock*. Ph.D. thesis, Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 2000.
- [6] Láník, J., Eliáš, J. *Tvorba výukových videosekvencí v rámci řešení projektu FRVŠ*. 11. odborná konference doktorského studia JUNIORSTAV 2009, Brno, 2009.
- [7] Eliáš, J. *Chování křehkých vláken v kompozitech s křehkou a kvazikřehkou matricí*. diplomová práce, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, 2006.
- [8] Vořechovský, M.. Korekce zatěžovacích drah na netuhých lisech. In: Pejchalová, J., Kala, J., Keršner, Z. (Eds.), Směřování kateder/ústavu STM stavebních fakult ČR a SR 2005/2006, Mikulov, 93–97. ISBN 80-214-3248-9, Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, 2006.
- [9] Červenka, V., Jendele, L., Červenka, J. *Atena program documentation, Part 1: Theory*, Červenka Consulting, Předvoje 22, Praha, 162 00, Czech Republic, 2005.
- [10] Karihaloo, B. L., Fracture mechanics & structural concrete. Concrete design and construction series. Longman Scientific & Technical, Essex, England, 1995.

### Recenzoval

Ladislav Řoutil, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, Veveří 331/95, 602 00 Brno, +541 147 370, routil.1@fce.vutbr.cz