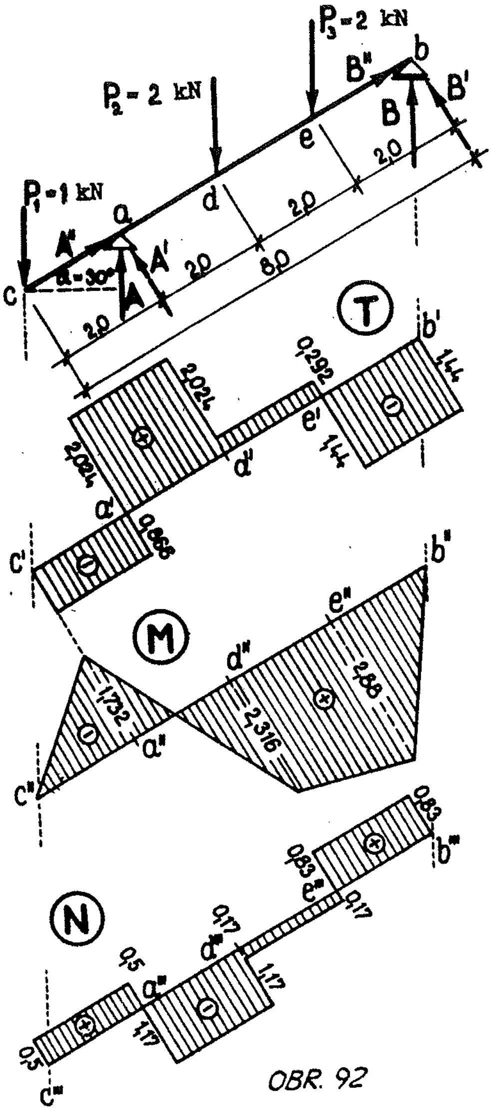
Příklad 63

Nosník šikmý s jedním převislým koncem, zatížený třemi osamělými břemeny podle obr. 92; $P_1 = 1$ kN, $P_2 = P_3 = 2$ kN, $\alpha = 30°$.



OBR. 92

$P_1' = P_1 \cos 30° = 1 \cdot 0{,}866 = 0{,}866$ kN
$P_1'' = P_1 \sin 30° = 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$ kN
$P_2' = P_3' = P_2 \cos 30° = 2 \cdot 0{,}866 = 1{,}732$ kN
$P_2'' = P_3'' = P_2 \sin 30° = 2 \cdot 0{,}5 = 1$ kN

a) $-A' \cdot 6 + P_1' \cdot 8 + P_2' \cdot 4 + P_3' \cdot 2 = 0$

$A' = \underline{2{,}89 \text{ kN}}$

$+B' \cdot 6 + P_1' \cdot 2 - P_2' \cdot 2 - P_3' \cdot 4 = 0$

$B' = \underline{1{,}44 \text{ kN}}$

Kontrola: $A' + B' - P_1' - P_2' - P_3' =$
$= 2{,}89 + 1{,}44 - 0{,}866 - 1{,}732 -$
$- 1{,}732 = 0$

$A'' = A' \cdot \text{tg } 30° = 2{,}89 \cdot 0{,}577 = \underline{1{,}67 \text{ kN}}$
$B'' = B' \cdot \text{tg } 30° = 1{,}44 \cdot 0{,}577 = \underline{0{,}83 \text{ kN}}$

Kontrola: $A'' + B'' - P_1'' - P_2'' - P_3'' =$
$= 1{,}67 + 0{,}83 - 0{,}5 - 1 - 1 = 0$

$$A = \frac{A''}{\sin 30°} = \frac{1{,}67}{0{,}5} = \underline{3{,}34 \text{ kN}} \qquad B = \frac{B''}{\sin 30°} = \frac{0{,}83}{0{,}5} = \underline{1{,}66 \text{ kN}}$$

b) $T_{ca} = -P_1' = \underline{-0{,}866 \text{ kN}}$
$T_{ad} = T_{ca} + A' = -0{,}866 + 2{,}89 = \underline{2{,}024 \text{ kN}}$
$T_{de} = T_{ad} - P_2' = 2{,}024 - 1{,}732 = \underline{0{,}292 \text{ kN}}$
$T_{eb} = T_{de} - P_3' = 0{,}292 - 1{,}732 = \underline{-1{,}44 \text{ kN} = -B}$

c) Přechodný průřez je pod břemenem P_3 v bodě e.

d) $M_a = M_{min} = -P_1' \cdot 2 = -0{,}866 \cdot 2 = \underline{-1{,}732 \text{ kNm}}$
$M_d = A' \cdot 2 - P_1' \cdot 4 = 2{,}89 \cdot 2 - 0{,}866 \cdot 4 = \underline{2{,}316 \text{ kNm}}$
$M_e = M_{max} = B' \cdot 2 = 1{,}44 \cdot 2 = \underline{2{,}88 \text{ kNm}}$

e) $N_{ca} = P_1'' = \underline{0{,}5 \text{ kN}}$, $N_{ad} = N_{ca} - A'' = 0{,}5 - 1{,}67 = \underline{-1{,}17 \text{ kN}}$
$N_{de} = N_{ad} + P_2'' = -1{,}17 + 1 = \underline{-0{,}17 \text{ kN}}$, $N_{eb} = N_{de} + P_3'' = -0{,}17 + 1 = \underline{0{,}83 \text{ kN}} = B''$

PŘÍKLAD 7.11

N, *Q*, *M* na šikmém prostém nosníku s levým převislým koncem a úhlem sklonu $\alpha = 30^o$ pro spojité rovnoměrné svislé zatížení $g = 1{,}732\ kNm^{-1}$ rozložené podle obr. 7.30a.

Řešení

Spojité rovnoměrné svislé zatížení *g* po půdorysném průmětu nosníku (obr. 7.30a) převedeme na spojité rovnoměrné zatížení *g'* po střednici nosníku (obr. 7.30b) o intenzitě (7.23)

$$g' = g\cos\alpha = 1{,}732 \cdot \cos 30^o = 1{,}5\ kNm^{-1}.$$

Náhradní břemeno *G'* z celé délky nosníku má velikost

$$G' = G = 1{,}5 \cdot 8 = 1{,}732 \cdot 6{,}928 = 12\ kN.$$

Podporové reakce

$$\sum M_{ib} = 0 : -R_a \cdot 6 \cdot \cos 30^o + G' \cdot 4\cos 30^o = 0,$$

$$\sum M_{ia} = 0 : B \cdot 6 \cdot \cos 30^o - G' \cdot 2\cos 30^o = 0$$

a odtud

$$R_a = \frac{2}{3}G' = 8\ kN, \quad B = \frac{1}{3}G' = 4\ kN.$$

Rozklad reakcí R_a, *B* a intenzity spojitého zatížení *g'* do složek příčných R_a', B', *q*

$$R_a' = R_a\cos 30^o = 6{,}93\ kN, \quad B' = B\cos 30^o = 3{,}46\ kN,$$

$$q = g'\cos 30^o = 1{,}30\ kNm^{-1}$$

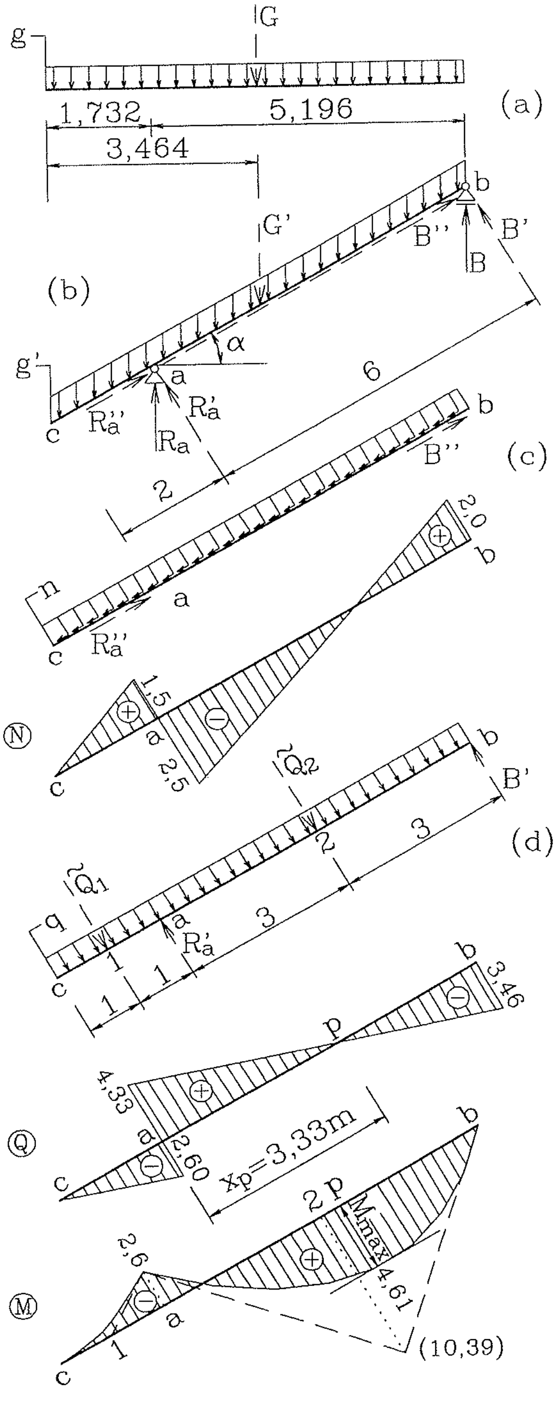
a do složek osových R_a'', B'', *n* na nosníku

$$R_a'' = R_a\sin 30^o = 4\ kN, \quad B'' = B\sin 30^o = 2\ kN,$$

$$n = g'\sin 30^o = 0{,}75\ kNm^{-1}.$$

Spojité rovnoměrné osové zatížení *n* s průběhem normálových sil *N* na nosníku je nakresleno na obr. 7.30c.

Průběhy posouvajících sil *Q* a ohybových momentů *M* na prostém šikmém nosníku, vyvolané spojitým rovnoměrným příčným zatížením *q*, jsou uvedeny na obr. 7.30d.



Obr. 7.30. Šikmý nosník s rovnoměrným zatížením

Príklad 110. Určte momentový obrazec a obrazec priečnych a osových síl šikmého nosníka, ktorého horná podpera b je pevná, spodná je posuvná po vodorovnej rovine. Zaťaženie je zvislé. Spodná polovica nosníka je zaťažená rovnomerným zaťažením $q = 600$ kp/m′ vodorovnej roviny a v strede hornej polovice nosníka je sústredené bremeno $P = 1{,}5$ Mp. Nech $l = 4{,}0$ m, $v = 3{,}0$ m *(obr. 110)*.

Riešenie:

Keďže na nosník pôsobí iba zvislé zaťaženie a reakcia A musí ísť zvisle, aj reakcia B môže pôsobiť iba vo zvislom smere. Veľkosť reakcií:

$$A \,.\, 4{,}0 - 600 \,.\, 2{,}0 \,.\, 3{,}0 - 1\,500 \,.\, 1{,}0 = 0$$

$$A = \frac{3\,600 + 1\,500}{4{,}0} = \frac{5\,100}{4{,}0} = 1\,275 \text{ kp}$$

$$B = 600 \,.\, 2{,}0 + 1\,500 - 1\,275 = 1\,425 \text{ kp}$$

Zvislé rovnomerné zaťaženie rozložíme do smeru osi nosníka (q') a do smeru kolmého na os (q''):

$$q' = q \sin\alpha \cos\alpha = 600 \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} \doteq 288 \text{ kp/m}'$$

$$q'' = q \cos^2\alpha = 600 \,.\, \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 384 \text{ kp/m}'$$

Zložky sústredeného bremena P:

$$P' = P \sin\alpha = 1\,500 \frac{3}{5} = 900 \text{ kp}$$

$$P'' = P \cos\alpha = 1\,500 \frac{4}{5} = 1\,200 \text{ kp}$$

Reakcie tiež rozložíme na zložky:

$$A' = A \sin\alpha = 1\,275 \frac{3}{5} = 765 \text{ kp}$$

$$A'' = A \cos\alpha = 1\,275 \frac{4}{5} = 1\,020 \text{ kp}$$

$$B' = B \sin\alpha = 1\,425 \frac{3}{5} = 855 \text{ kp}$$

$$B'' = B \cos\alpha = 1\,425 \frac{4}{5} = 1\,140 \text{ kp}$$

Ohybové momenty:

V priereze c: $M_c = B'' \,.\, \dfrac{1}{\cos\alpha} = \dfrac{5}{4} \,.\, 1\,140 = 1\,425 \text{ kpm} = M_{\max}$

V priereze d: $M_d = B'' \,.\, 2{,}5 - P'' \,.\, 1{,}25 = 1\,140 \,.\, 2{,}5 - 1\,200 \,.\, 1{,}25 = 1\,350 \text{ kpm}$

Moment v strede rovnomerného zaťaženia:

$$M_e = A'' \,.\, 1{,}25 - q'' \frac{1{,}25^2}{2} = 1\,020 \,.\, 1{,}25 - 384 \frac{1{,}25^2}{2} = 975 \text{ kpm}$$

Maximálny ohybový moment je pod bremenom P, lebo tu priečna sila mení svoje znamienko.

Priečne sily:

$$T_a = A'' = 1\,020 \text{ kp}$$

$$T_d = 1\,020 - 384 \,.\, 2{,}5 = 60 \text{ kp} = T_{dc}$$

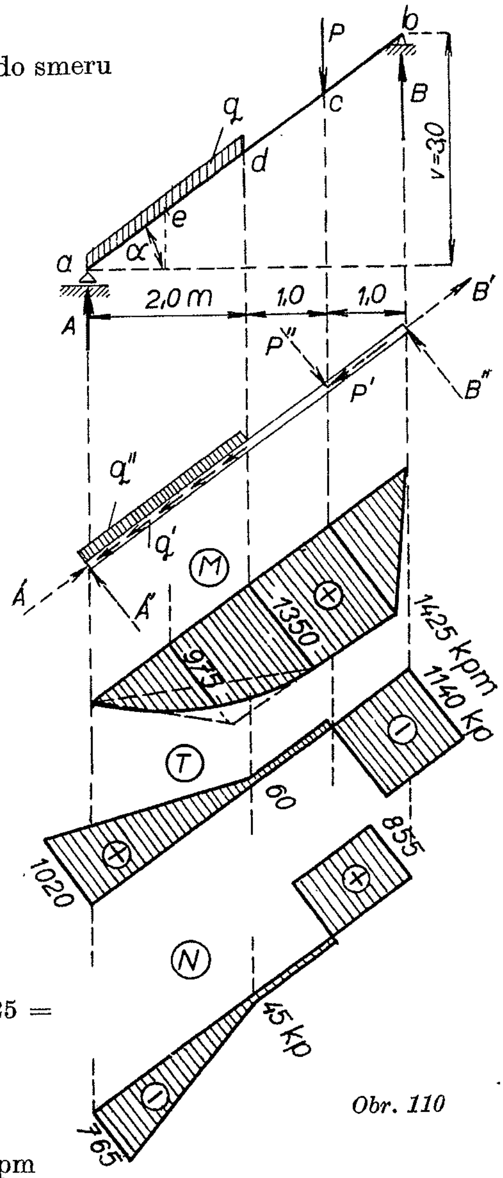
$$T_{bc} = -B'' = -1\,140 \text{ kp}$$

Osové sily:

$$N_a = -A' = -765 \text{ kp}$$

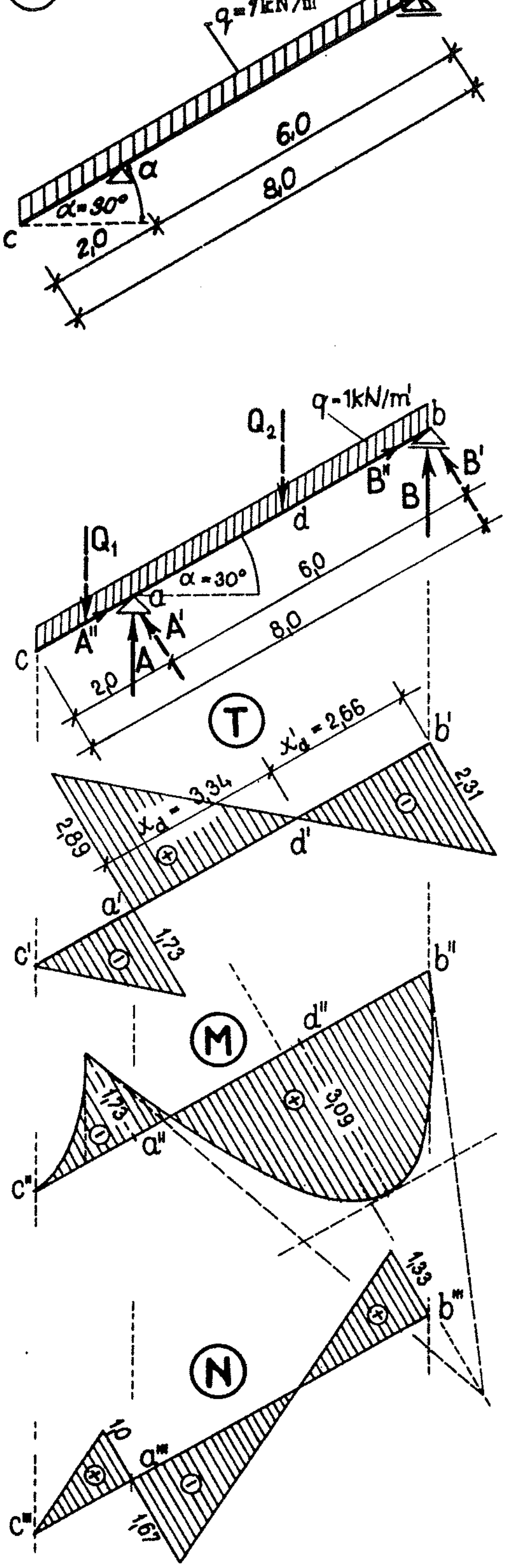
$$N_d = -A' + q' \,.\, 2{,}5 = -765 + 288 \,.\, 2{,}5 = -45 \text{ kp} = N_{dc}$$

$$N_b = B' = 855 \text{ kp} = N_{bc}$$



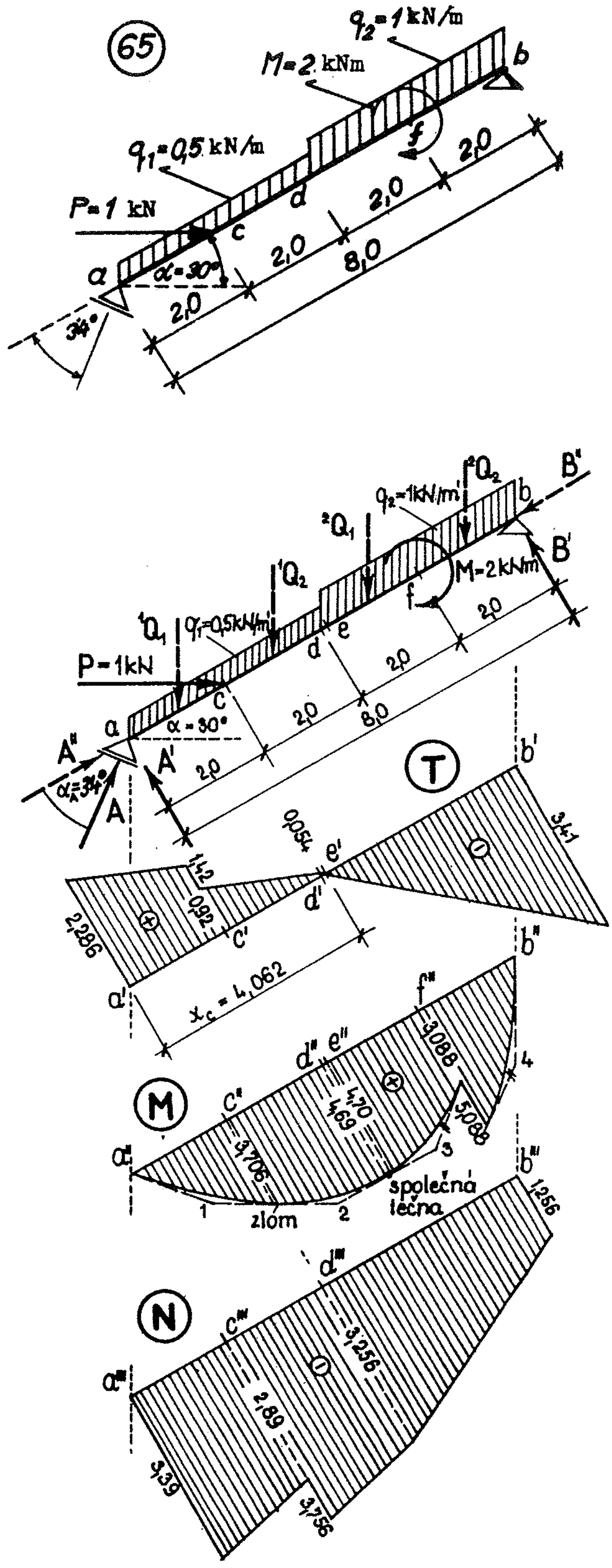
Obr. 110

64



q = 1 kN/m
b
a
α = 30°
c
2,0
6,0
8,0
Q2
q = 1kN/m'
B''
B
B'
Q1
d
A''
A
A'
T
x'd = 2,66
b'
2,31
2,89
xd = 3,34
d'
a'
c'
1,73
M
b''
d''
3,09
1,73
c''
a''
1,33
b'''
N
1,0
a'''
c'''
1,67

65



q2 = 1 kN/m
M = 2 kNm
b
f
q1 = 0,5 kN/m
d
P = 1 kN
c
a
α = 30°
34°
2,0
8,0
B''
²Q2
q2 = 1kN/m'
²Q1
B'
M = 2kNm
¹Q2
¹Q1
q1 = 0,5kN/m
e
P = 1kN
A''
A'
A
αA = 34°
T
b'
3,41
0,054
e'
1,42
d'
0,92
2,286
c'
a'
xc = 4,062
b''
f''
3,088
d''
e''
M
c''
4,70
4,69
5,088
a''
3,706
1
zlom
2
3
4
společná
tečna
b'''
1,256
d'''
N
c'''
a'''
3,256
2,89
4,39
3,756

Príklad 109. Šikmý nosník votknutý na pravom konci je zaťažený plným rovnomerným zaťažením $q = 400$ kp/m′ vodorovnej roviny. Zistite obrazce M, T, N. Nech $l = 2{,}4$ m, $v = 1{,}8$ m *(obr. 109)*.

Riešenie:

Rozložme najprv zvislé zaťaženie q na zložku v smere osi nosníka (q') a na zložku kolmú na tento smer (q''):

$$q' = q \sin \alpha \cos \alpha$$

$$q'' = q \cos^2 \alpha$$

Z obrazca vidíme, že

$$\sin \alpha = \frac{1{,}8}{\sqrt{2{,}4^2 + 1{,}8^2}} = \frac{1{,}8}{3{,}0} = 0{,}60$$

$$\cos \alpha = \frac{2{,}4}{3{,}0} = 0{,}80$$

teda

$$q' = 400 \,.\, 0{,}6 \,.\, 0{,}8 = 192 \text{ kp/m}'$$

$$q'' = 400 \,.\, 0{,}8^2 = 256 \text{ kp/m}'$$

Ohybový moment na voľnom konci nosníka je nulový, vo votknutí a je maximálny:

$$M_a \doteq -q''z\frac{z}{2} = -\frac{1}{2}q''z^2 = -\frac{1}{2}\,256 \,.\, 3{,}0^2 = -1\,152 \text{ kpm}$$

Moment sa mení podľa paraboly druhého stupňa, ktorej os je kolmá na os nosníka.

Veľkosť ohybového momentu vo votknutí dostaneme aj z rovnice

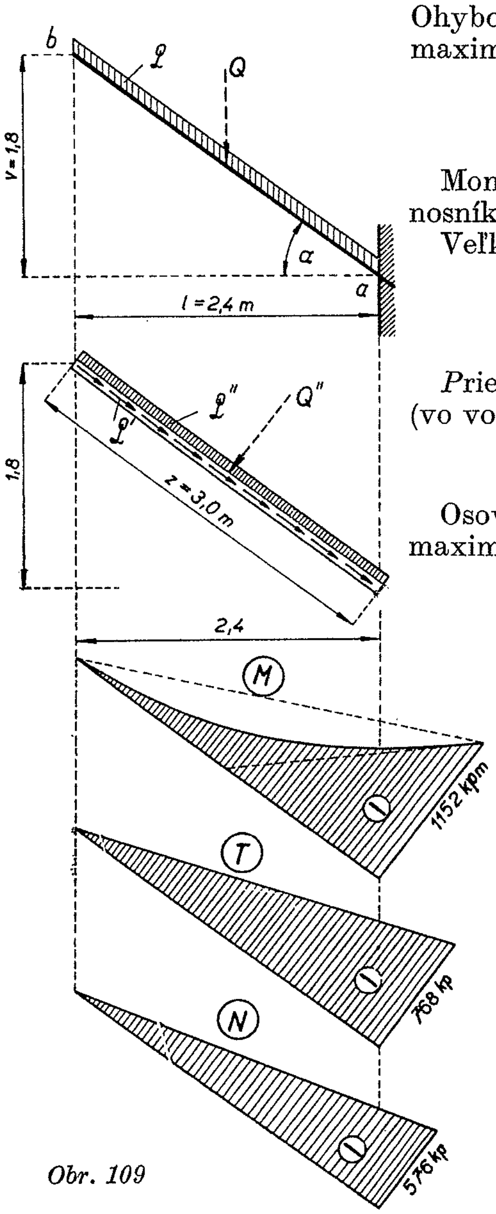
$$M_a = -Q\frac{l}{2} = -400 \,.\, 2{,}4^2 \,.\, \frac{1}{2} = -200 \,.\, 5{,}76 = -1\,152 \text{ kpm}$$

Priečna sila sa mení od nuly (na voľnom konci nosníka) až po maximum (vo votknutí) podľa priamky a má zápornú hodnotu:

$$T_b = 0; \qquad T_{\max} = T_a = -q'' \,.\, 3{,}0 = -256 \,.\, 3{,}0 = -768 \text{ kp}$$

Osová sila sa tiež mení lineárne; na voľnom konci je nulová a vo votknutí maximálna so záporným znamienkom, lebo spôsobuje tlak

$$N_b = 0; \qquad N_{\max} = N_a = -q' \,.\, 3{,}0 = -192 \,.\, 3{,}0 = -576 \text{ kp}$$



Obr. 109

Príklad 132. Určte veľkosť reakcií, momentový obrazec a obrazec priečnych a osových síl lomeného nosníka naznačeného na *obr. 132*. Nech pravá podpera b je posúvateľná po vodorovnej rovine.

Riešenie:

Keďže pravá reakcia musí ísť zvisle, teda nemá vodorovnú zložku, ani ľavá reakcia A nemôže mať vodorovnú zložku a musí ísť zvisle, teda

$$A_H = 0$$

$$A_V \,.\, 6{,}0 - 900 \,.\, 3{,}0 \,.\, \frac{3{,}0}{2} = 0$$

$$A_V = \frac{8\,100}{2 \,.\, 6{,}0} = 675 \text{ kp}$$

$$B \,.\, 6{,}0 - 900 \,.\, 3{,}0 \,.\, 4{,}5 = 0$$

$$B = \frac{12\,150}{6{,}0} = 2\,025 \text{ kp}$$

Ohybové momenty:

$$M_a = M_b = 0$$

$$M_c = A_V \,.\, 3{,}0 = 675 \,.\, 3{,}0 = 2\,025 \text{ kpm}$$

Maximálny ohybový moment na vodorovnej hrade bude v prechodovom prieraze x, ktorého polohu zistíme z rovnice

$$B - qx' = 0$$

$$x' = \frac{B}{q} = \frac{2\,025}{900} = 2{,}25 \text{ m}$$

Maximálny ohybový moment bude mať hodnotu

$$M_{\max} = M_x = Bx' - qx' \frac{x'}{2} = 2\,025 \,.\, 2{,}25 - 900 \,\frac{2{,}25^2}{2} = 2\,278 \text{ kpm}$$

Bod parabolického oblúka v strede d vodorovného trámu $\overline{cb}$ dostaneme nanesením hodnoty

$$\frac{1}{8}\, q \,.\, 3{,}0^2 = \frac{1}{8}\, 900 \,.\, 9{,}0 = 1\,012{,}5 \text{ kpm}$$

od tetivy momentovej paraboly, teda celková hodnota momentu v prieraze d je:

$$M_d = \frac{M_c}{2} + 1\,012{,}5 = \frac{2\,025}{2} + 1\,012{,}5 = 2\,025 \text{ kpm}$$

Rovnako, ak ideme sprava, je:

$$M_d = B \,.\, 1{,}5 - q \,.\, 1{,}5^2 \,.\, \frac{1}{2} = 2{,}025 \,.\, 1{,}5 - 900 \,.\, 2{,}25 \,.\, 0{,}5 =$$

$$= 3\,037{,}5 - 1\,012{,}5 = 2\,025 \text{ kpm}$$

Hoci tvar nosníka a zaťaženie je rovnaké ako v príklade 168, predsa hodnota $M_{\max}$ je oveľa väčšia než v príklade 168 (viac než dvojnásobná).

Priečne sily:

Vyskytujú sa aj v šikmej nohe ($\overline{ac} = \sqrt{3{,}0^2 + 2{,}5^2} = 3{,}90$ m):

$$T_{a-c} = A_V \cos\alpha = 675 \,\frac{3{,}0}{3{,}90} = 520 \text{ kp}$$

V bode c vodorovnej hrady

$$T_c = A_V = 675 \text{ kp}$$

V bode b

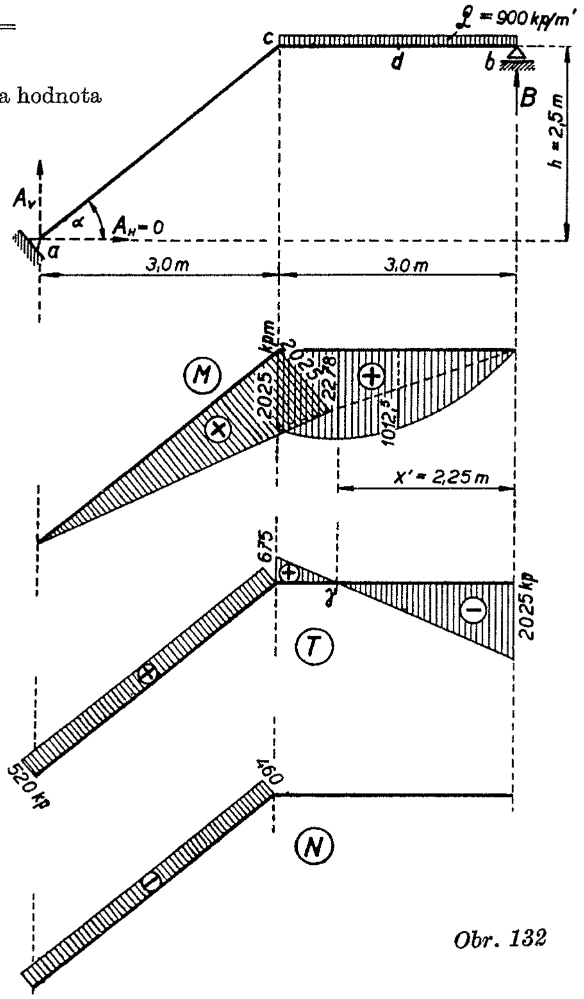
$$T_b = -B = -2\,025 \text{ kp}$$

Osové sily:

V šikmej nohe

$$N_{a-c} = -A_V \sin\alpha = -675 \,\frac{2{,}5}{3{,}9} \doteq -460 \text{ kp}$$

Vo vodorovnej hrade $\overline{bc}$ niet osových síl.



Obr. 132

PŘÍKLAD 7.14

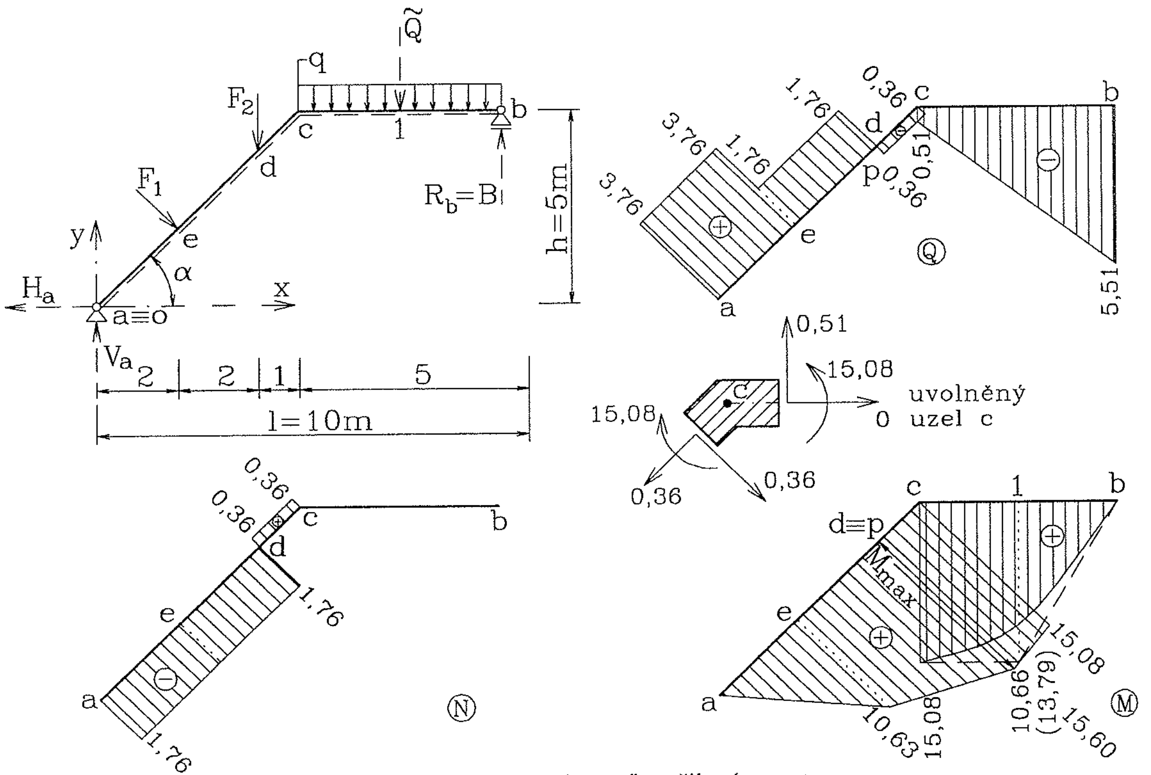
N, Q, M na prostém lomeném nosníku se šikmým prutem o sklonu $\alpha = 45°$ (obr. 7.36) pro zatížení $F_1 = 2\ kN$, $F_2 = 3\ kN$, $q = 1\ kNm^{-1}$.

Řešení

Složky reakcí vnějších vazeb H_a, V_a, B z podmínek rovnováhy (7.2)

$$H_a = 1{,}41\ kN\ (\leftarrow),\quad V_a = 3{,}90\ kN\ (\uparrow),\quad B = 5{,}51\ kN\ (\uparrow).$$

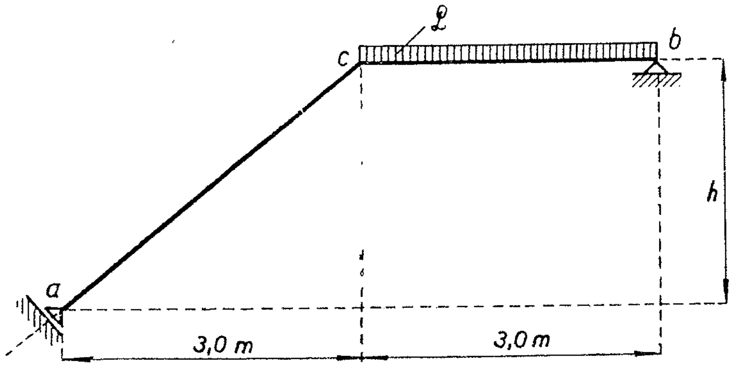
Průběhy složek vnitřních sil *N, Q, M* na lomeném nosníku s uvolněným uzlem *c* jsou nakresleny na obr. 7.36.



Obr. 7.36. Prostý lomený nosník se šikmým prutem

Príklad 168. Určte veľkosť reakcií, momentový obrazec a obrazec priečnych a osových síl naznačeného lomeného nosníka. Vodorovná hrada je zaťažená plným rovnomerným zaťažením $q = 900$ kp/m′, $l = 6{,}0$ m, $h = 2{,}50$ m. Podperový bod a je posuvný po priamke kolmej na smer prúta $\overline{ac}$ *(obr. 168)*.

[Reakcie $A_H = 1\,620$ kp, $A_V = 1\,350$ kp, $B_H = A_H$, $B_V = 1\,350$ kp. Ohybové momenty $M_{\max} = M_d = 1\,012{,}5$ kpm, $M_a = M_c = M_b = 0$. Priečne sily $T_{a-c} = 0$, $T_c = 1\,350$ kp, $T_d = 0$, $T_b = -1\,350$ kp. Osové sily $N_{a-c} = -A = -2\,110$ kp, $N_{b-c} = -1\,620$ kp.]



Obr. 168

Príklad 133. Určte obrazec momentový, priečnych a normálových síl lomeného nosníka o rozpätí $l = 5{,}0$ m, zaťaženého zľava plným rovnomerným zaťažením $q = 600$ kp/m'. Šikmé nohy lomeného nosníka sú navzájom kolmé.

Riešenie:

Ľavá reakcia A musí ísť zvislo, zistíme ju z rovnice

$$A \,.\, 5{,}0 - 600 \,.\, 4{,}0 \,,\, 2{,}0 = 0$$

$$A = \frac{4\,800}{5{,}0} = 960 \text{ kp}$$

Zvislá zložka pravej reakcie:

$$B_V \,.\, 5{,}0 - 600 \,.\, 4{,}0 \,.\, 2{,}0 = 0$$
$$B_V = 960 \text{ kp} = A$$

Vodorovnú zložku reakcie B vypočítame z rovnice:

$$B_H = Q_H$$

$$Q_H = Q \,.\, \sin\alpha = q \,.\, 4{,}0 \,.\, \sin\alpha$$

$$B_H = q \,.\, 4{,}0 \,.\, \sin\alpha$$

$$B_H = 600 \,.\, 4{,}0 \,.\, \frac{2{,}4}{4{,}0} = 1\,440 \text{ kp}$$

Ohybové momenty:
V podperách sú momenty nulové

$$M_a = M_b = 0$$

V uzle c:

$$M_c = 960 \,.\, 3{,}2 - 600 \,.\, 4{,}0 \,.\, 2{,}0 = -1\,728 \text{ kpm}$$

Maximálny kladný ohybový moment je vo vzdialenosti x od ľavej podpery a (tam, kde priečna sila je nulová):

$$A'' - q \,.\, x = 0, \qquad A \cos\alpha - qx = 0$$

$$960 \frac{3{,}2}{4{,}0} - 600 \,.\, x = 0$$

$$x = \frac{960 \,.\, 3{,}2}{4{,}0 \,.\, 600} = 1{,}28 \text{ m}$$

$$+M_{\max} = 960 \,.\, \frac{3{,}2}{4{,}0} \,.\, 1{,}28 - 600 \,.\, 1{,}28^2 \,.\, \frac{1}{2} = 491{,}52 \text{ kpm}$$

Priečne sily:
V podperovom bode a je

$$T_a = A'' = A \cos\alpha = 960 \,.\, \frac{3{,}2}{4{,}0} = 768 \text{ kp}$$

v uzle c je

$$T_c = A'' - q \,.\, 4{,}0 = 768 - 600 \,.\, 4{,}0 = -1\,632 \text{ kp}$$

Vo všetkých prierezoch pravej šikmej nohy je priečna sila konštantná a jej hodnota

$$T_{b-c} = B_H \cos\alpha - B_V \cos\beta = 1\,440 \,\frac{3{,}2}{4{,}0} - 960 \,.\, \frac{1{,}8}{3{,}0} = 576 \text{ kp}$$

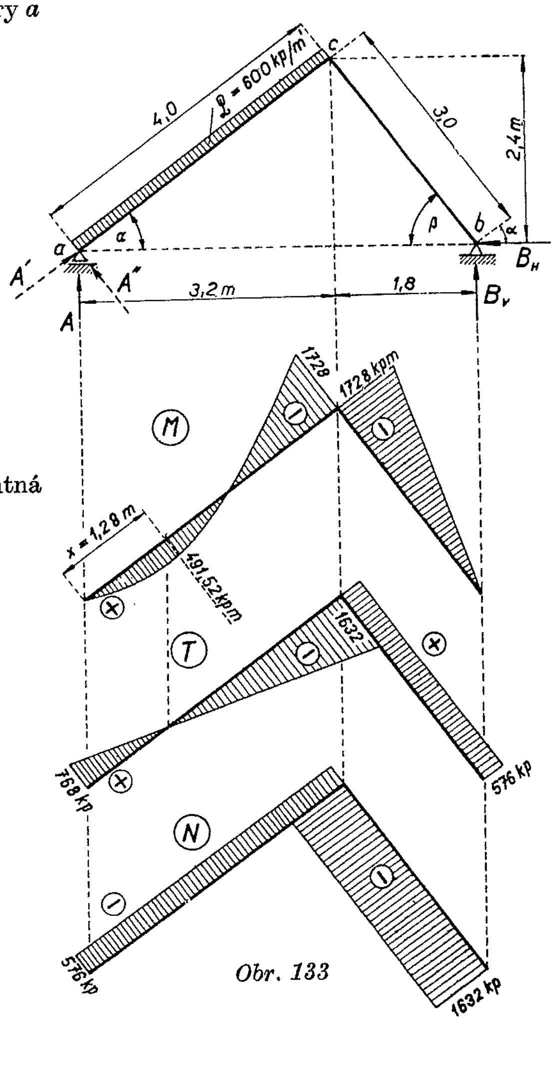
Normálové sily:
V obidvoch nohách sú tlakové sily. V ľavej nohe:

$$N_{a-c} = -A' = -A \sin\alpha = -960 \,.\, \frac{2{,}4}{4{,}0} = -576 \text{ kp}$$

V pravej nohe je

$$N_{b-c} = -B_H \sin\alpha - B_V \sin\beta =$$

$$= -1\,440 \,.\, \frac{2{,}4}{4{,}0} - 960 \,.\, \frac{2{,}4}{3{,}0} - 1\,632 \text{ kp}$$



Obr. 133

Příklad (74)

Lomený nosník o dvou přímých částech se svislou konzolou, zatížený na konci konzoly osamělým břemenem podle obr. 110 ; P = 2 Mp.

$$\overline{ac} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3{,}6 \text{ m}$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{3{,}6} = 0{,}833$$

$$\sin\alpha = \frac{2}{3{,}6} = 0{,}555$$

$$P' = P \cdot \sin\alpha = 2 \cdot 0{,}555 = 1{,}11 \text{ kN}$$

$$P'' = P \cdot \cos\alpha = 2 \cdot 0{,}833 = 1{,}666 \text{ kN}$$

a) $+ B \cdot 6 - P' \cdot 3 - P'' \cdot 4 = 0$

$B = \underline{1{,}667 \text{ kN}}$

$- A' - P' + B = 0, \qquad A' = \underline{0{,}557 \text{ kN}}$

$- A'' + P'' = 0 \;, \qquad A'' = P'' = \underline{1{,}666 \text{ kN}}$

b) $T_{ac} = - A' \cos\alpha + A'' \sin\alpha =$

$= - 0{,}557 \cdot 0{,}833 + 1{,}666 \cdot 0{,}555 = \underline{0{,}46 \text{ kN}}$

$T_{dc} = P'' = \underline{1{,}666 \text{ kN}}$

$T_{bc} = - B \cos\alpha = - 1{,}667 \cdot 0{,}833 = \underline{- 1{,}389 \text{ kN}}$

c) $M_a = M_b = M_d = 0$

$M_{c1} = A'' \cdot 2 - A' \cdot 3 = \underline{1{,}661 \text{ kNm}}$

Kontrola: $M_{c1} = T_a \cdot 3{,}6 = 1{,}661$ kNm

$M_{c2} = - P'' \cdot 2 = \underline{- 3{,}332 \text{ kNm}}$

$M_{c3} = B \cos\alpha \cdot 3{,}6 = B \cdot 3{,}0 = \underline{5{,}0 \text{ kNm}}$

d) $N_{ac} = A' \cdot \sin\alpha + A'' \cdot \cos\alpha =$

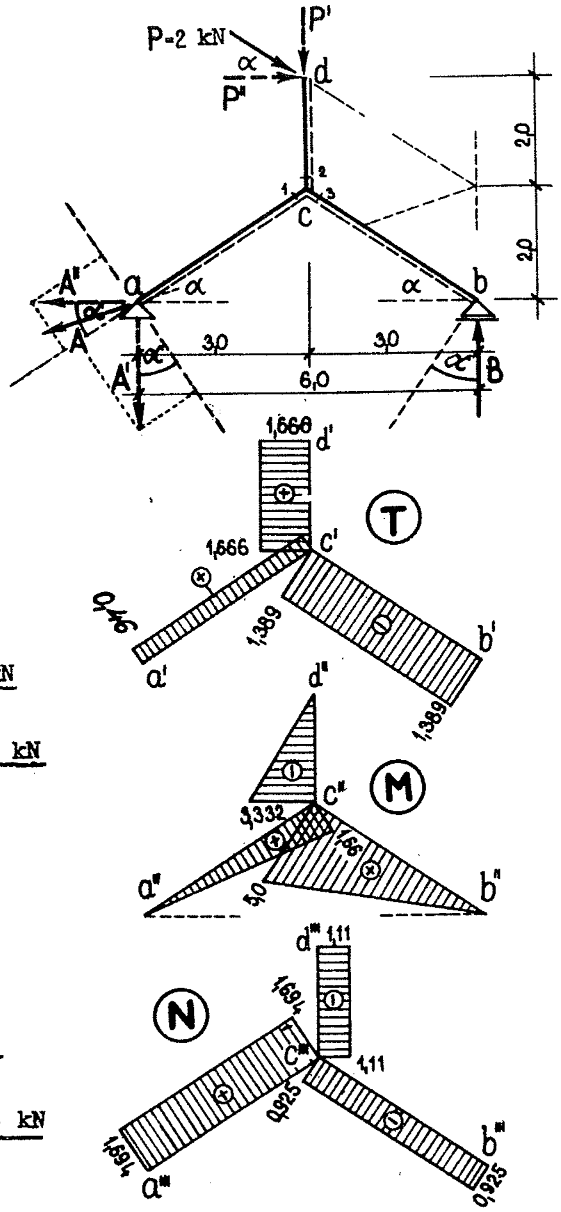
$= 0{,}557 \cdot 0{,}555 + 1{,}666 \cdot 0{,}833 = \underline{1{,}694 \text{ kN}}$

$N_{dc} = - P' = \underline{- 1{,}11 \text{ kN}}$

$N_{bc} = - B \sin\alpha = - 1{,}667 \cdot 0{,}555 = \underline{- 0{,}925 \text{ kN}}$

Kontrola:

$$- M_{c1} - M_{c2} + M_{c3} = - 1{,}661 - 3{,}332 + 5{,}0 = 0$$



OBR. 110

Príklad 125. Zistite momentový obrazec a obrazec priečnych a osových síl lomeného nosníka naznačeného na *obr. 125.* Zvislá časť nosníka je zaťažená plným rovnomerným zaťažením, $q = 300$ kp/m'.

Riešenie:

Výpočet reakcií:

$$B \,.\, 4{,}0 - 300 \,.\, 1{,}5 \,.\, 3{,}75 = 0$$

$$B = \frac{300 \,.\, 1{,}5 \,.\, 3{,}75}{4{,}0} = 422 \text{ kp} = -A_V$$

$$A_H = 300 \,.\, 1{,}5 = 450 \text{ kp} \leftarrow$$

Ohybové momenty:

$M_a = M_b = M_d = 0$

$M_{c_1} = B \,.\, 2{,}0 = 422 \,.\, 2{,}0 = 844$ kpm (sprava)

$M_{c_2} = A_H \,.\, 3{,}0 - A_V \,.\, 2{,}0 = 450 \,.\, 3{,}0 - 422 \,.\, 2{,}0 = 506$ kpm (zľava)

$M_{c_3} = -300 \,.\, 1{,}5 \,.\, 0{,}75 = -337{,}5$ kpm (zhora)

Priečne sily:

Na konci nosníka (d)

$$T_d = 0$$

$$T_c = 300 \,.\, 1{,}5 = 450 \text{ kp (zhora)}$$

V ľavej nohe $\overline{ac}$:

$$T_{a-c} = A_H \sin\alpha - A_V \cos\alpha = 450 \,.\, \frac{3{,}0}{3{,}60} - 422 \,.\, \frac{2{,}0}{3{,}60} = 140 \text{ kp}$$

V pravej nohe $\overline{bc}$

$$T_{b-c} = -B\cos\alpha = -422 \,.\, \frac{2{,}0}{3{,}60} = -235 \text{ kp}$$

Osové sily:

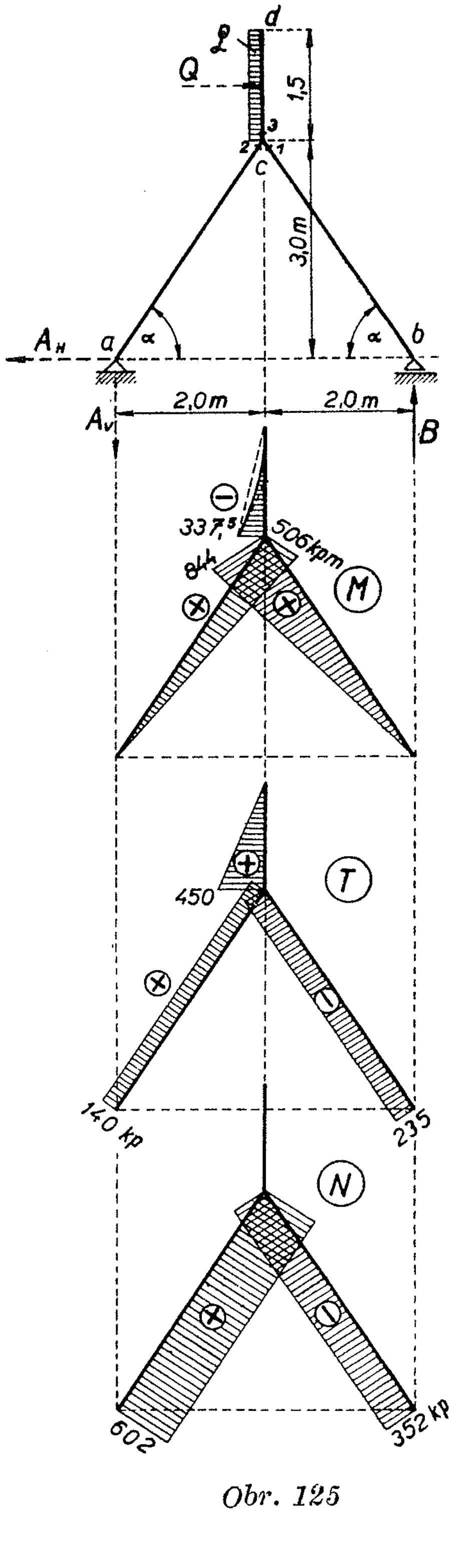
V ľavej nohe

$$N_{a-c} = A_H \cos\alpha + A_V \sin\alpha = 450 \,.\, \frac{2{,}0}{3{,}60} + 422 \,.\, \frac{3{,}0}{3{,}60} = 602 \text{ kp}$$

V pravej nohe

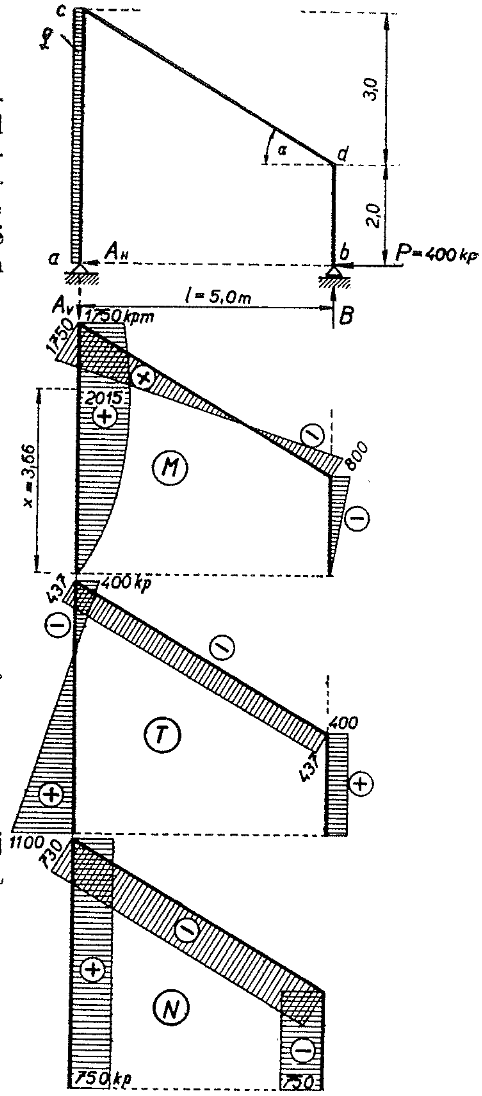
$$N_{b-c} = -B\sin\alpha = -422 \,.\, \frac{3{,}0}{3{,}6} = -352 \text{ kp}$$

Vo zvislej časti $\overline{cd}$ nie je osová sila.



Obr. 125

Príklad 134. Určte momentový obrazec a obrazec priečnych a osových síl lomeného nosníka, zaťaženého plným rovnomerným vodorovným zaťažením pôsobiacim zľava. Nech $l = 5{,}0$ m, $q = 300$ kp/m'. Na bod b pôsobí sústredené bremeno $P = 400$ kp, a to vodorovným smerom vľavo *(obr. 134)*.



Obr. 134

Riešenie:

Najprv vypočítame reakcie:

$$B \cdot 5{,}0 - 300 \cdot 5{,}0^2 \frac{1}{2} = 0$$

$$B = \frac{300 \cdot 5{,}0}{2} = 750 \text{ kp} = -A_V$$

Vodorovná zložka ľavej reakcie

$$A_H = 300 \cdot 5{,}0 - 400 = 1\,100 \text{ kp}$$

Ohybové momenty:

V podperách sú nulové momenty. V uzle c

$$M_c = 1\,100 \cdot 5{,}0 - 300 \cdot 5{,}0^2 \frac{1}{2} = $$
$$= 1\,750 \text{ kpm}$$

Maximálny ohybový moment v ľavej nohe $\overline{ac}$ bude v priereze x, kde priečna sila mení znamienko.

$$A_H - qx = 0$$

$$x = \frac{A_H}{q} = \frac{1\,100}{300} = 3{,}66 \text{ m}$$

$$+M_{\max} = M_x = 1\,100 \cdot 3{,}66 -$$
$$- 300 \cdot 3{,}66^2 \frac{1}{2} = 2\,015 \text{ kpm}$$

Ohybový moment v uzle d

$$M_d = -400 \cdot 2{,}0 = -800 \text{ kpm}$$

Priečne sily:

V podpere a

$$T_a = A_H = 1\,100 \text{ kp}$$

V uzle c

$$T_c = A_H - q \cdot 5{,}0 = 1\,100 - 300 \cdot 5{,}0 = -400 \text{ kp}$$

V prierezoch pravej nohy

$$T_{b-d} = P = 400 \text{ kp}$$

V šikmej hrade

Sprava:

$$T_d = -B \cos\alpha + P \sin\alpha = -750 \frac{5{,}0}{5{,}83} + 400 \frac{3{,}0}{5{,}83} = -437 \text{ kp}$$

Zľava:

$$T_d = 400 \sin\alpha - A_V \cos\alpha = 400 \frac{3{,}0}{5{,}83} - 750 \frac{5{,}0}{5{,}83} = -437 \text{ kp} = T_{d-c}$$

Osové sily:

V ľavej nohe

$$N_{a-c} = +A_V = 750 \text{ kp}$$

V pravej nohe

$$N_{b-d} = -B = -750 \text{ kp}$$

V šikmej hrade

$$N_d = -B \sin\alpha - P \cos\alpha = -750 \frac{3{,}0}{5{,}83} - 400 \frac{5{,}0}{5{,}83} = -730 \text{ kp}$$

$$N_c = -400 \cos\alpha - A_V \sin\alpha = -400 \frac{5{,}0}{5{,}83} - 750 \frac{3{,}0}{5{,}83} = -730 \text{ kp} = N_{c-d}$$

Príklad 137. Určte momentový obrazec a obrazec priečnych a osových síl lomeného nosníka. Nech $l = 8{,}0$ m, $q = 500$ kp/m'. Vypočítajte maximálny kladný a záporný ohybový moment *(obr. 137)*.

Riešenie:

Výslednú silu Q, pôsobiacu v bode f kolmo na štebeľ $\overline{de}$, rozložíme na zložku zvislú a vodorovnú:

$$Q_V = Q \cos\alpha = 500 \,.\, 5{,}0 \frac{4}{5} = 2\,000 \text{ kp}$$

$$Q_H = Q \sin\alpha = 500 \,.\, 5{,}0 \frac{3}{5} = 1\,500 \text{ kp}$$

Určíme veľkosť reakcie B:

$$B \,.\, 8{,}0 + Q_H \,.\, 4{,}0 - Q_V \,.\, 6{,}0 = 0$$

$$B = \frac{-1\,500 \,.\, 4{,}0 + 2\,000 \,.\, 6{,}0}{8{,}0} = 750 \text{ kp}$$

Zložky reakcie A:

$$A_H = Q_H = 1\,500 \text{ kp} \rightarrow$$

$$A_V = Q_V - B = 2\,000 - 750 = 1\,250 \text{ kp}$$

Ohybové momenty:

$$M_a = M_b = M_e = 0$$

$$M_c = -A_H \,.\, 2{,}5 = -1\,500 \,.\, 2{,}5 = -3\,750 \text{ kpm}$$

$$M_d = A_V \,.\, 4{,}0 - A_H \,.\, 5{,}5 = 1\,250 \,.\, 4{,}0 - 1\,500 \,.\, 5{,}5 = -3\,250 \text{ kpm}$$

Maximálny záporný moment je teda v uzle c.
Najväčší kladný moment bude v priereze x, ktorého polohu určíme z rovnice

$$B \cos\alpha - qx = 0$$

$$x = \frac{750 \,.\, 4{,}0}{5{,}0 \,.\, 500} = 1{,}20 \text{ m}$$

$$+M_{\max} = M_x = B \cos\alpha \,.\, x - qx\frac{x}{2} =$$

$$= 750 \frac{4{,}0}{5{,}0} 1{,}20 - 500 \,.\, 1{,}20^2 \frac{1}{2} = 360 \text{ kpm}$$

Priečne sily:
V ľavej nohe

$$T_{a-c} = -A_H = -1\,500 \text{ kp}$$

V pravej nohe je priečna sila nulová.

$$T_{c-d} = A_V \cos\alpha - A_H \sin\alpha = 1\,250 \frac{4}{5} - 1\,500 \frac{3}{5} = 100 \text{ kp}$$

$$T_e = -B \cos\alpha = -750 \frac{4}{5} = -600 \text{ kp}$$

$$T_d = T_e + Q = -600 + 500 \,.\, 5 = +1\,900 \text{ kp}$$

Osové sily:
V ľavej nohe je tlaková sila

$$N_{a-c} = -A_V = -1\,250 \text{ kp}$$

V pravej nohe je tiež tlaková sila

$$N_{b-e} = -B = -750 \text{ kp}$$

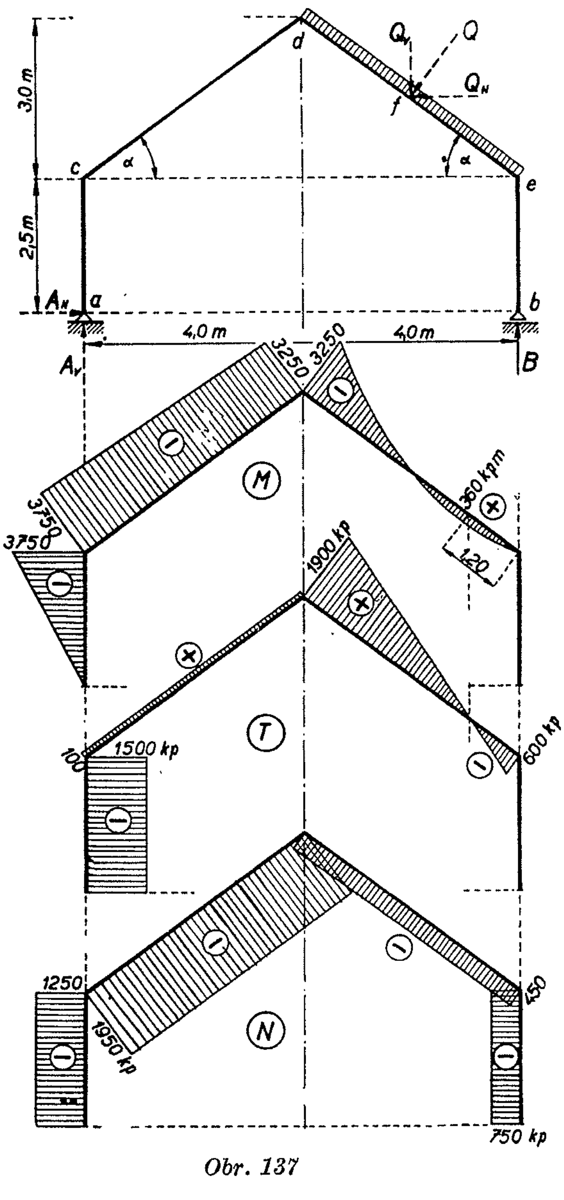
V ľavom štebli $\overline{cd}$:

$$N_{c-d} = -A_V \sin\alpha - A_H \cos\alpha = -1\,250 \frac{3}{5} - 1\,500 \frac{4}{5} =$$

$$= -750 - 1\,200 = -1\,950 \text{ kp}$$

V pravom štebli $\overline{de}$:

$$N_{d-e} = -B \sin\alpha = -750 \frac{3}{5} = -450 \text{ kp}$$



Obr. 137

Příklad 76

Lomený nosník o třech přímých částech, podepřený na obou koncích a zatížený ve druhé vodorovné části osamělým břemenem, ve třetí části trojúhelníkově podle obr.112; $P = 2$ kN , $q = 2$ kN/m .

$\overline{eb} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ m

$Q = \frac{1}{2} q . 5 = 5{,}0$ kN

$\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0{,}6$;

$\cos \alpha = \frac{4}{5} = 0{,}8$

$Q' = Q \cos \alpha = 4{,}0$ kN

$Q'' = Q \sin \alpha = 3{,}0$ kN

a) $-A'.7 + P.5{,}5 + Q'.1{,}333 + Q''.1 = 0$

$A' = \underline{2{,}76 \text{ kN}}$

$+ B.7 - P.1{,}5 - Q'.5{,}667 + Q''.1 = 0$

$B = \underline{3{,}24 \text{ kN}}$

Kontrola:

$A' + B - P - Q' = 2{,}76 + 3{,}24 - 2 - 4 = 0$

$A'' - Q'' = 0$; $A'' = Q'' = \underline{3{,}0 \text{ kN}}$

b) $T_{ab} = -A'' = \underline{-3{,}0 \text{ kN}}$

$T_{cd} = A' = \underline{2{,}76 \text{ kN}}$

$T_{de} = T_{cd} - P = \underline{0{,}76 \text{ kN}}$

$T_{e2} = -B \cos \alpha + Q = \underline{2{,}41 \text{ kN}}$

$T_b = B \cos \alpha = \underline{-2{,}59 \text{ kN}}$

$x_f = \sqrt{\frac{T_{e2} . 5^2}{Q}} = 3{,}47$ m

c) $M_a = M_b = 0$

$M_c = -A''.3 = \underline{-9{,}0 \text{ kNm}}$

$M_d = -A''.3 + A'.1{,}5 = \underline{-4{,}86 \text{ kNm}}$

$M_e = -A''.3 + A'.3 - P.1{,}5 = \underline{-3{,}72 \text{ kNm}}$

$M_f = M_{max} = A'.5{,}78 - A''.0{,}92 -$

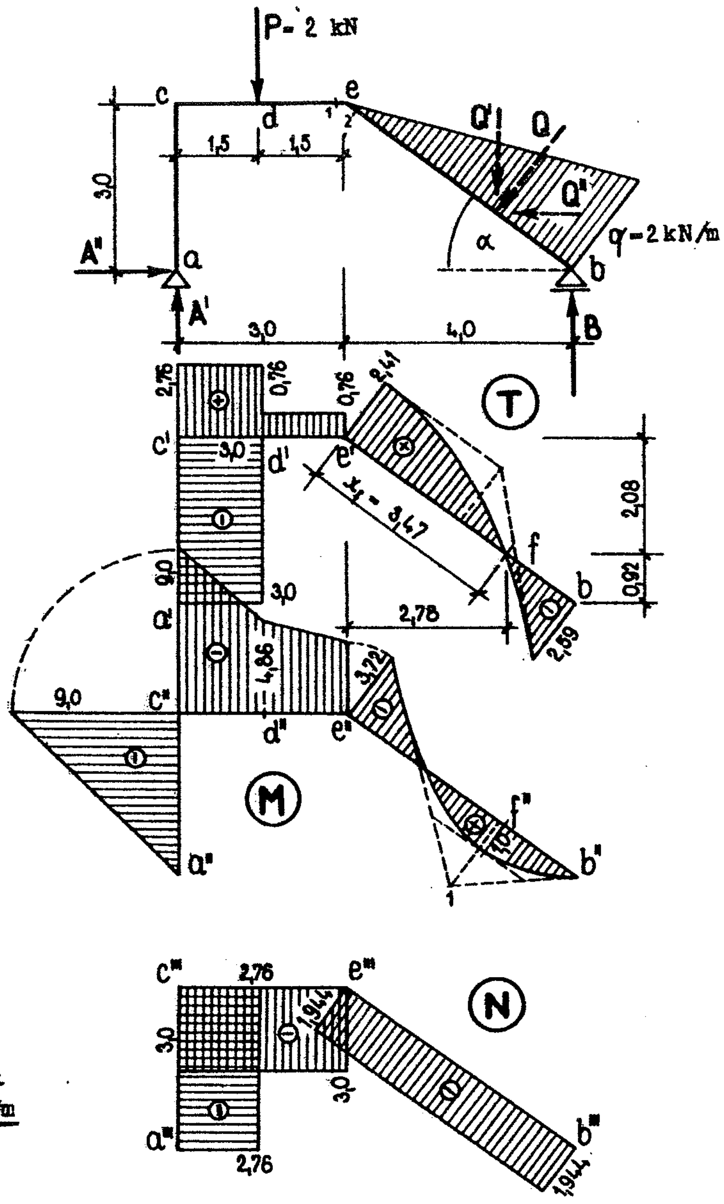
$- P.4{,}28 - Q_{ef} . \frac{3{,}47}{3} = \underline{1{,}8 \text{ kNm}}$

$Q_{ef} = Q . \frac{3{,}47^2}{5^2} = 2{,}41 \text{ kN} = T_{e2}$

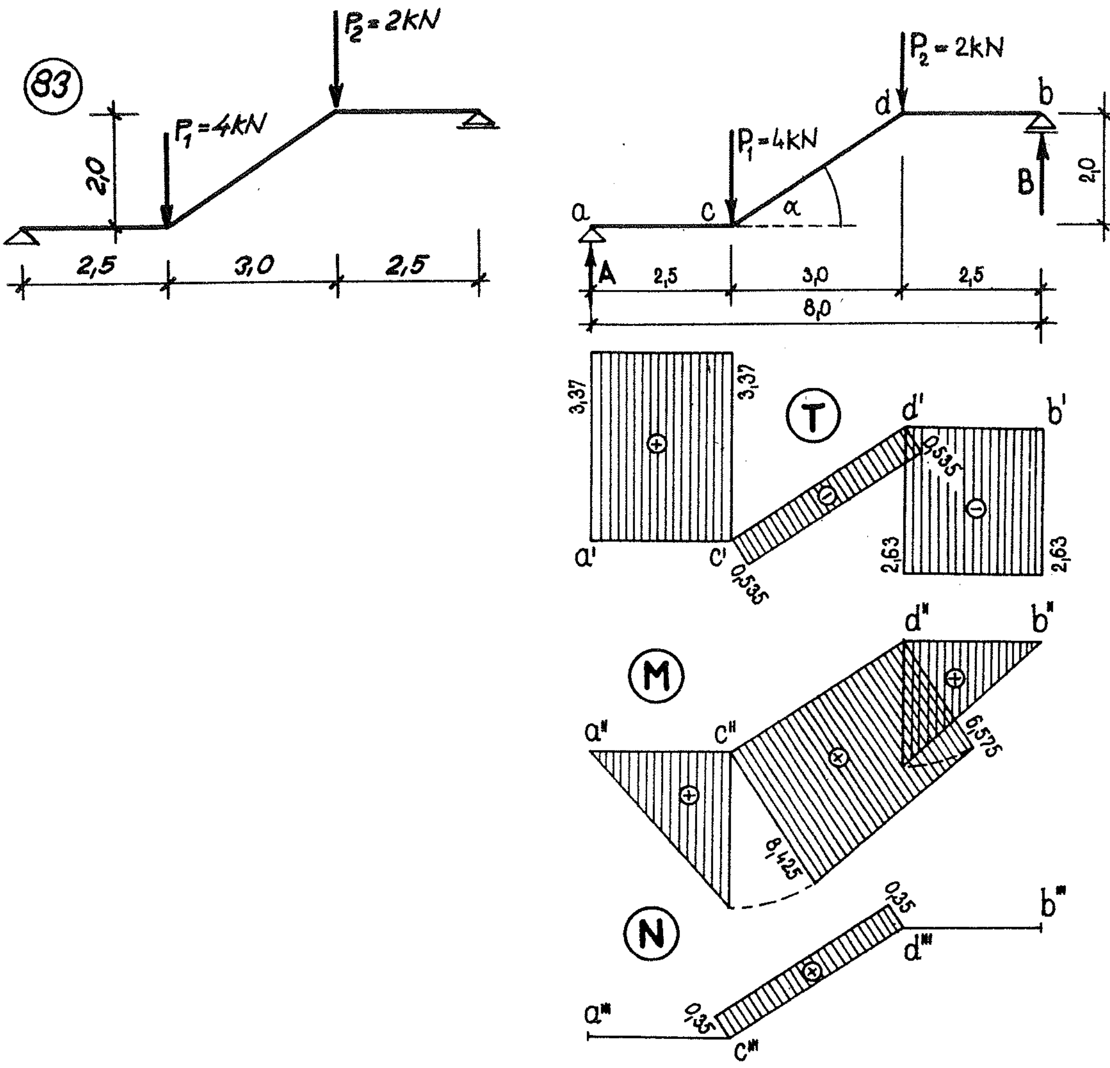
Výpočet pořadnice průsečíku 1 tečen $(M_1) = B . \cos \alpha . 1{,}667 = 4{,}31$ kNm

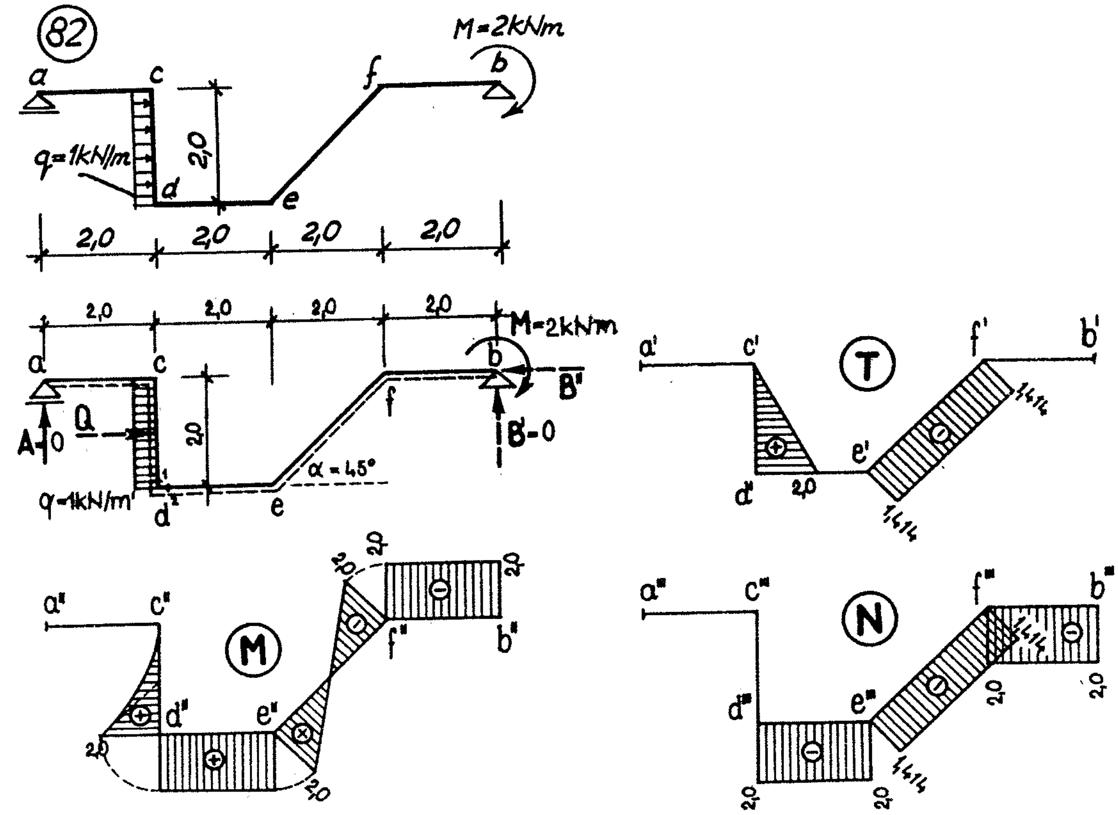
d) $N_{ac} = -A' = \underline{-2{,}76 \text{ kN}}$; $N_{ce} = -A'' = \underline{-3{,}0 \text{ kN}}$

$N_{eb} = -B . \sin \alpha = -3{,}24 . 0{,}6 = \underline{-1{,}944 \text{ kN}}$

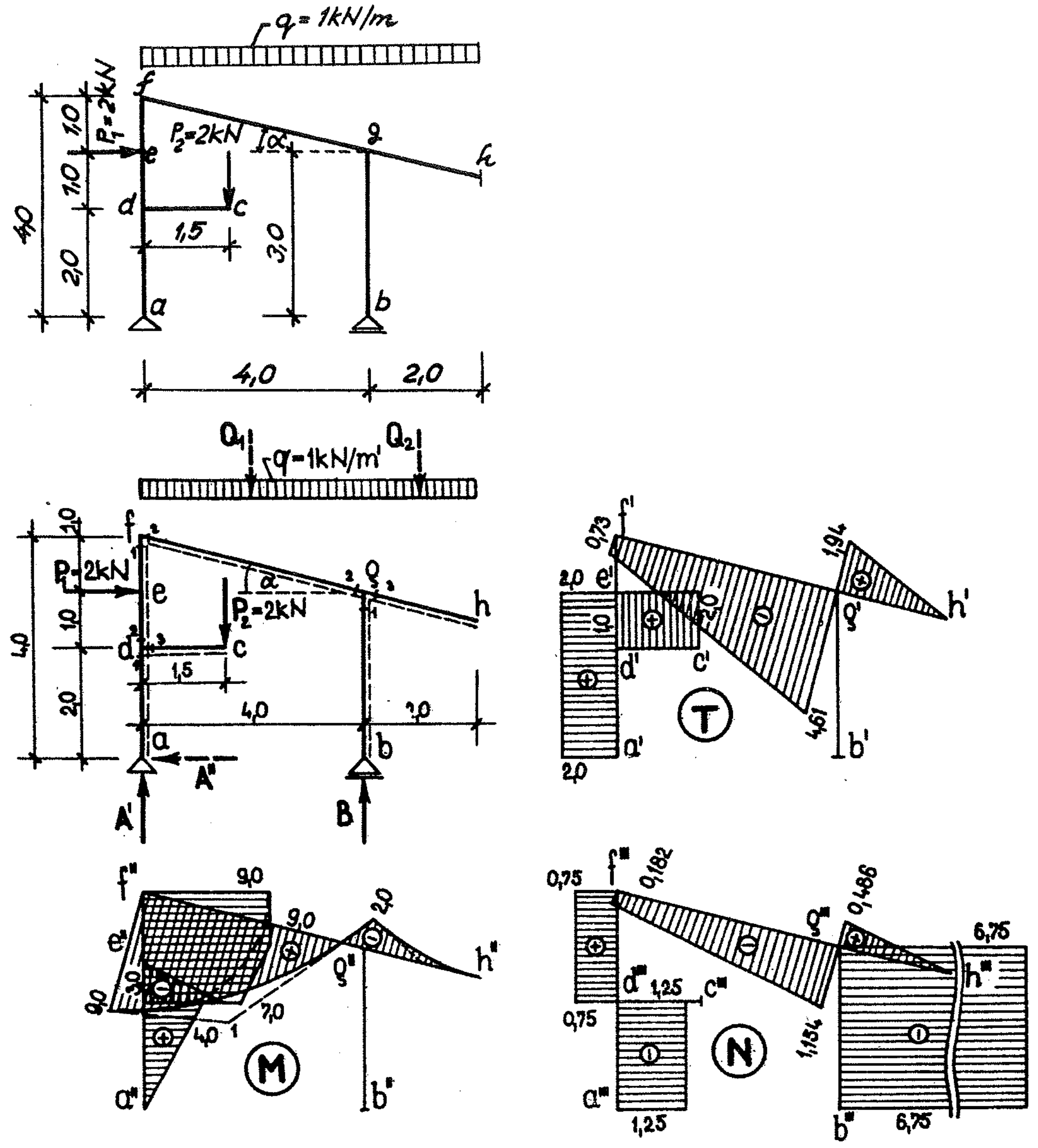


OBR. 112


83
$P_2 = 2kN$
$P_1 = 4kN$
2,0
2,5
3,0
2,5
$P_2 = 2kN$
$P_1 = 4kN$
a
c
d
b
α
A
B
2,0
2,5
3,0
2,5
8,0
T
3,37
3,37
0,535
0,535
2,63
2,63
a'
c'
d'
b'
M
a''
c''
d''
b''
6,575
8,425
N
0,35
0,35
a'''
c'''
d'''
b'''

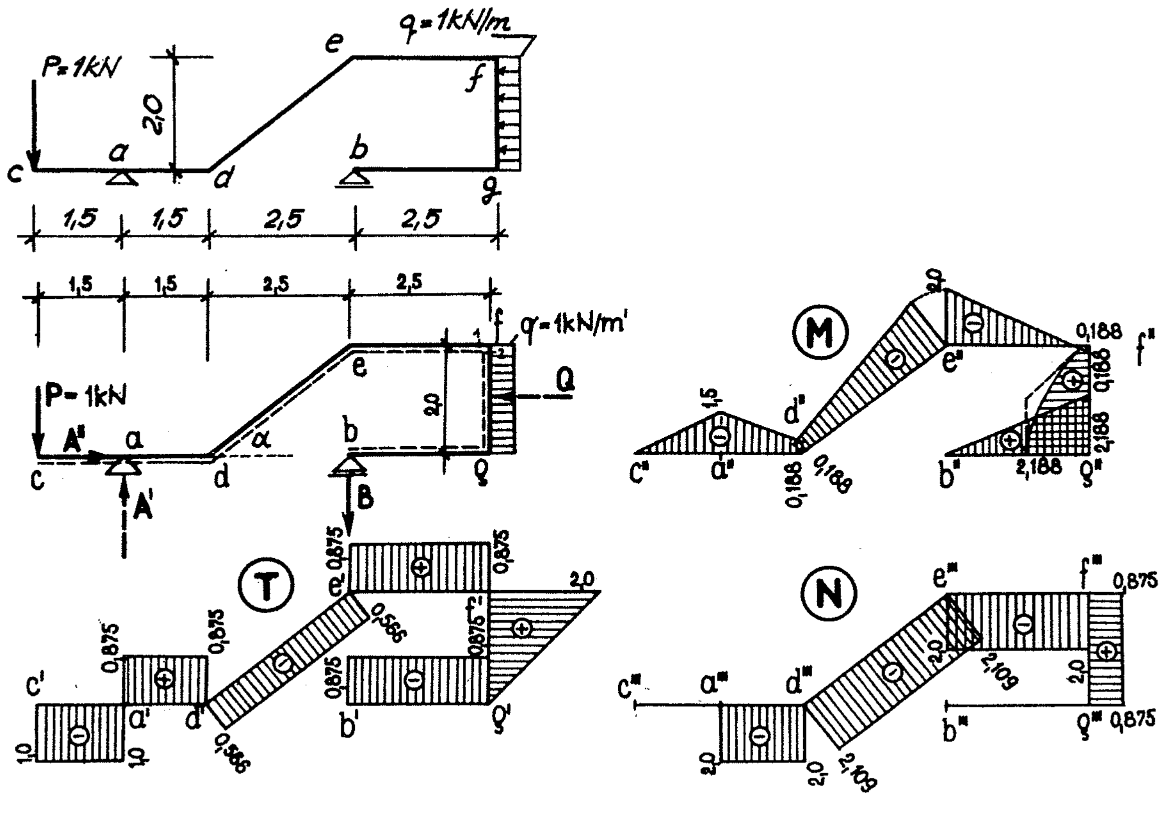

82
M=2kNm
a
c
f
b
q=1kN/m
d
e
2,0
2,0
2,0
2,0
2,0
2,0
2,0
2,0
2,0
M=2kNm
a
c
b
Q
A=0
B'
B=0
f
α = 45°
q=1kN/m
d
e
2,0
T
a'
c'
f'
b'
d'
e'
2,0
1,414
1,414
M
a''
c''
d''
e''
f''
b''
2,0
2,0
2,0
2,0
2,0
2,0
N
a'''
c'''
f'''
b'''
d'''
e'''
1,414
1,414
2,0
2,0
2,0
2,0

79



q = 1kN/m
P1 = 2kN
P2 = 2kN
f
e
d
c
g
h
a
b
α
1,0
1,0
2,0
4,0
1,5
3,0
4,0
2,0
Q1
Q2
q = 1kN/m'
A'
A''
B
T
M
N
0,73
1,94
2,0
4,61
9,0
7,0
4,0
3,0
0,75
0,182
0,486
1,25
1,154
6,75

80



P = 1kN
q = 1kN/m
c
a
d
e
f
b
g
2,0
1,5
1,5
2,5
2,5
q = 1kN/m'
Q
A''
A'
B
α
M
T
N
1,5
0,188
2,188
0,875
0,565
1,0
2,0
2,109